Macroeconomía I (MAE)
Profesor: Mauricio Tejada
Segundo Semestre de 2018
Tarea 3

Instrucciones: Este tarea consta de **5 preguntas** y no debe ser entregada. Úsela sin embargo para estudiar para el examen final.

Problemas

1. Considere la siguiente variación del modelo de crecimiento estocástico. Suponga que las preferencias del consumidor representativo están representadas por una función de utilidad separable aditivamente con factor de descuento $\beta \in (0,1)$, esto es:

$$U_0 = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log c_t \right]$$

Los consumidores están dotados con una unidad de trabajo en cada período ($n_t = 1$), la cual es ofrecida inelásticamente en el mercado de trabajo. La tecnología de producción es:

$$y_t = F(k_t, n_t, \Omega_t, z_t) = z_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \Omega_t^{\gamma}$$

donde z_t es el shock tecnológico (que sigue un proceso de Markov), k_t es el stock de capital privado acumulado por el sector privado, Ω_t es el stock de capital público acumulado por el gobierno (esto es, edificaciones gubernamentales, carreteras, etc), y los parámetros α y γ satisfacen $0 \leq \gamma \leq 1-\alpha$ y $\alpha \in (0,1)$. La restricción de recursos de la economía en el momento t es:

$$c_t + i_t + g_t = y_t$$

con i_t y g_t la inversión privada y pública, respectivamente. Las ecuaciones de acumulación del capital son:

$$\begin{aligned} k_{t+1} &= i_t + (1-\delta) k_t \\ \Omega_{t+1} &= g_t + (1-\delta)\Omega_t \end{aligned}$$

   a) Escriba en problema del planificador central y expréselo en su forma recursiva. A partir de ésta última, encuentre las ecuaciones de Euler (esto es, las condiciones de primer orden). Interprete.
   b) Sea $\delta = 1$. De las condiciones de primer orden del problema del planificador central, derive el ratio óptimo entre k_{t+1} y Ω_{t+1} para cualquier $t \geq 0$. Dado el resultado anterior, derive la correlación contemporánea entre $\log(g_t)$ y $\log(i_t)$.

c) Considere ahora el resultado de equilibrio competitivo. Como es usual, suponga que las familias son dueñas del capital y del trabajo y arriendan ambos a las firmas en cada periodo. Las firmas, idénticas, toman como dado Ω_t y deciden cuanto capital y trabajo arrendar. El capital público es provisto por el gobierno, usando la siguiente regla exógena $g_t = \Psi(k_t, \Omega_t, z_t)$. Además el gobierno financia sus gasto de inversión con un impuesto proporcional sobre el ingreso (que incluye capital y trabajo) y mantiene su presupuesto equilibrado. Por tanto, la restricción presupuestaria del gobierno es: $g_t = \tau_t y_t$ Note que τ_t es una variable endógena. Caracterice el equilibrio competitivo de esta economía (esto es, encuentre las condiciones de primer orden de familias y empresas y las restricciones de recursos).

2. **Shocks de productividad vs. shocks de preferencias en un modelo simple de ciclos reales:** Considere el modelo neoclásico de crecimiento estocástico sin capital. La función de utilidad instantánea de la familia representativa es:

$$u(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \xi_t \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

donde C_t es el consumo, N_t es el trabajo (medido en horas totales trabajadas) y ξ_t es parámetro estocástico que está sujeto a shocks sobre las preferencias. Suponemos que el shock de preferencias sigue un proceso del tipo:

$$\ln \xi_t = \rho_\xi \ln \xi_{t-1} + \epsilon_{\xi,t}$$

con $\epsilon_{\xi,t}$ una variable aleatoria con media 0 y varianza σ_ξ^2. Por su parte, la firma representativa de la economía produce un único bien final y usa la siguiente tecnología de producción:

$$Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$$

donde Y_t es la producción y A_t es la productividad total. Ésta última está sujeta a shocks y sigue un proceso del tipo:

$$\ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \epsilon_{A,t}$$

con $\epsilon_{A,t}$ una variable aleatoria con media 0 y varianza σ_A^2.

a) Escriba el problema de optimización de la familia representativa (función de utilidad a lo largo de toda la vida + restricciones) y derive las condiciones de primer orden. Obtenga además la aproximación log-lineal, al rededor del estado estacionario, de la ecuación de oferta laboral.

b) Escriba el problema de optimización de la firma representativa y derive la condición de primer orden. Obtenga la aproximación log-lineal, al rededor del estado estacionario, de la ecuación de demanda laboral.

c) Encuentre las funciones de política (lineales) del trabajo y los salarios como función de las variables de estado de la economía (estos es: $\hat{\xi}_t$ y $\hat{A}_t$) [Use las aproximaciones log-lineales para obtener dichas funciones].[1]

[1]Usamos la notación: $\hat{X}_t = \ln X_t - \ln X^*$.

d) ¿Puede diferenciar, usando el comportamiento cíclico del salario y las horas trabajadas, entre el impacto de un shock tecnológico o uno de preferencias? Use las funciones de política encontrada en (c) y, si le es más fácil, grafique la oferta y la demanda de trabajo en el plano $\hat{W}_t$ y $\hat{N}_t$ (usando las aproximaciones lineales).

3. Seguro de Desempleo y Riesgo Moral: Considere el modelo de Ayagari visto en clases bajo la siguiente extensión. Los agentes tienen la siguiente función de utilidad instantánea (que depende del consumo y del ocio): $u(c_t, l_t) = \frac{\left(c_t^{1-\eta} l_t^{\eta}\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$. Los agentes podría recibir una oferta laboral $(e : \epsilon = 1)$ o no $(u : \epsilon = 0)$. La matriz de transición es la misma descrita en clases: $P = \begin{bmatrix} p_{uu} & p_{ue} \\ p_{eu} & p_{ee} \end{bmatrix}$. Los agentes que reciben una oferta de trabajo pueden aceptar dicha oferta y trabajar a tiempo completo $n = 1 - l = 0{,}3$ o rechazarla y recibir un subsidio por cesantía s_t con probabilidad $q(\epsilon_{t-1})$. En particular, la probabilidad de obtener beneficios de desempleo podría ser diferente para los buscadores $\epsilon_{t-1} = 0$ y los que renuncian a un trabajo $\epsilon_{t-1} = 1$ $(q(1) \neq q(0))$. Los agentes que no aceptan ofertas para extender el periodo de los beneficios de cesantía podrían tener diferentes probabilidades de recibirlos que los que renuncian a un empleo. Escriba detalladamente el nuevo modelo (problemas de familias, empresas y gobierno) y explique el algoritmo que utilizaría para resolver (describa paso a paso dicho algoritmo). No olvide plantear el problema de las familias en su forma recursiva. ¿Qué tipo de preguntas ayudaría a resolver este modelo?

Ejercicios Computacionales

1. **El Modelo de Kydland-Prescott-Hansen con Shocks en el Precio de la Energía**: Kim y Loungani (1992) extienden el modelo de Hansen (1985) para incorporar shocks en el precio de la energía. Aquí resolveremos una versión simplificada de dicho modelo. El punto de partida es la función de producción, la cual se supone es Cobb-Douglas:

$$y_t = \tau_t n_t^{\theta} \left[k_t^{\upsilon} e_t^{1-\upsilon}\right]^{1-\theta}$$

donde n_t es el trabajo, k_t es el capital y e_t es el consumo de energía. Note que θ es la participación del trabajo en el ingreso total y que $(1-\theta)\,\upsilon$ es la participación del capital en el ingreso total. El shock tecnológico se comporta como un AR(1) y toma la forma:

$$\ln \tau_{t+1} = \alpha_1 \ln \tau_t + \epsilon_{t+1}$$

con ϵ_{t+1} un proceso *iid* con varianza σ_{ϵ}^2. Por otro lado, el precio relativo de la energía sigue también un proceso AR(1) de la forma:

$$\ln p_{t+1} = \gamma_1 \ln p_t + \phi_{t+1}$$

con ϕ_{t+1} un proceso *iid* con varianza σ_p^2. La ecuación de acumulación del capital es:

$$k_{t+1} = (1-\delta)k_t + i_t$$

en tanto que la restricción de recursos de la economía es:

$$c_t + i_t + p_t e_t \leq y_t$$

con c_t e i_t el consumo y la inversión, respectivamente. δ es la tasa de depreciación del capital. Finalmente, suponemos que la economía esta poblada por agentes que viven infinitamente, descuentan el futuro con el factor β y tienen una función de utilidad instantánea que toma la siguiente forma:

$$u(c_t, n_t) = \log(c_t) + A\log(1 - n_t)$$

Formule el problema del Planificador Central y derive la CPO (en la solución interior) que caracterizan la dinámica del consumo de bienes, del empleo, del consumo de energía y la acumulación de capital. Interprete económicamente cada una de la CPO.

a) Obtenga el sistema de ecuaciones que resuelve el estado estacionario determinístico del modelo. Resuelva dicho sistema y encuentre los valores de estado estacionario usando `fsolve` de Matlab. ¿Cuales son los valores de estado estacionario de la tecnología y del precio de la energía? Para esto note que en estado estacionario $\epsilon_{t+1} = \phi_{t+1} = 0$.

b) Log-linealize el sistema de ecuaciones alrededor del estado estacionario (deje el modelo linealizado en términos de variables de las estado estacionario con *, ejemplo k^* y no con los valores numéricos hallados en b).

c) Usando el modelo log-linealizado, los valores hallados en (a), y los parámetros de la tabla de abajo encuentre las matrices A, B, C, D, F, G, H, I, J, K, L, M y N tal que:

$$\begin{aligned} Ax_{t+1} + Bx_t + Cy_t + Dz_t &= 0 \\ E\left[Fx_{t+2} + Gx_{t+1} + Hx_t + Jy_{t+1} + Ky_t + Lz_{t+1} + Mz_t\right] &= 0 \\ z_{t+1} = Nz_t + \epsilon_{t+1} \qquad & E[\epsilon_{t+1}] = 0 \end{aligned}$$

donde x contiene las variables de estado endógenas, z contiene las variables de estado exógenas e y contiene las variables de control. Como parte de su respuesta, debe ser explícito en explicar que variables entran en que categoría dentro x, z e y.

d) Usando el **métodos de coeficientes indeterminados** resuelva por las matrices P, Q, R, S tal que:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Px_t + Qz_t \\ y_t &= Rx_t + Sz_t \end{aligned}$$

¿Cual es la interpretación de los elementos de estas matrices?

e) Presente las funciones impulso respuesta para 25 períodos del shock en precios de la energía ¿Qué conclusiones puede extraer de las FIR respecto del efecto de shocks en el precio de la energía sobre la economía?

Símbolo	Significado	Valor
θ	Participación del Trabajo	0.64
β	Factor de Descuento	0.96
δ	Tasa de Depreciación	0.1
A	Parámetro Función Utilidad	2
$(1-\theta)\times \upsilon$	Participación del Capital	0.30
γ_1	Coeficiente AR(1) precio energía	0.896
σ_p	Desv. Estándar Shock Precio Energía	0.15
α_1	Coeficiente AR(1) tecnología	0.950
σ_ϵ	Desv. Estándar Shock tecnología	0.25

2. **El Modelo de Brock and Mirman (1972) con Depreciación Completa:** Considere el siguiente modelo estocástico de crecimiento:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, a_{t+1}\}} \quad & E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(c_t) \\ s.a \quad & c_t + k_{t+1} = A_t k_t^\alpha \\ & c_t \geq 0,\ k_{t+1} \geq 0 \end{aligned}$$

donde c_t es el consumo, k_t es el stock de capital y $y_t = A_t k_t^\alpha$ es la función de producción (note que implícitamente se supone que la depreciación es completa). Suponga que A_t, el shock tecnológico, sigue un proceso de Markov con dos estados:

$$\begin{aligned} A_t &\in \{A_H, A_L\} \ \ con \ \ 0 < A_L < A_H \\ P &= \begin{bmatrix} P_{LL} & P_{LH} \\ P_{HL} & P_{HH} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

a) Formule la ecuación de Bellman del problema de optimización del Planificador (sea explícito con la definición de variables de estado y de control) y encuentre la condición de primer orden del problema (la ecuación de Euler).

b) Suponga que $\alpha = 0{,}36$, $\beta = 0{,}9$, que $A_H = 1{,}75$, que $A_L = 0{,}75$, que $P_{LL} = 0{,}9$ y $P_{HH} = 0{,}6$. Encuentre la función valor y la función de política del problema de optimización (use el método adivinar y verificar la función valor). Pruebe con la conjetura vista en clase.

c) Use MATLAB para resolver el problema mediante el método de iteración de la función de valor. Grafique la función valor y la función de política. Suponga que el capital puede tomar $n = 1000$ valores distribuidos uniformemente en el intervalo $0{,}2k_{ss}$ y $1{,}8k_{ss}$ donde k_{ss} es el stock de capital de estado estacionario.